

## ORBITE ELLITTICHE, PERO' QUASI CIRCOLARI

Keplero lavorò con Tycho Brahe e continuò la sua opera. Studiò a lungo i dati delle sue osservazioni astronomiche (le migliori di quell'epoca) e nel 1609, otto anni dopo la morte di Tycho, riuscì a stabilire che le orbite dei pianeti sono ellittiche, anziché circolari, e a definire le tre famose leggi.

Se si pensa alla concezione plurimillennaria, tuttora valida, del cerchio come figura perfetta e ai concetti teologici e filosofici di allora sulla perfezione dei cieli, si può comprendere come la scoperta di Keplero abbia provocato grande stupore e incredulità, tanto da poter essere considerata come una seconda rivoluzione all'interno della rivoluzione copernicana.

La scoperta ha talmente impressionato l'immaginario collettivo che per evidenziare la forma ellittica, anche ai nostri giorni, l'orbita terrestre è spesso rappresentata con un'eccentricità esagerata, ad esempio come in fig. 1, che tra l'altro, se fosse vera, comporterebbe un irraggiamento solare talmente forte al perielio da causare l'ebollizione di tutte le acque della Terra.

Inoltre alcuni personaggi famosi (tra questi Zichichi) hanno scritto che l'orbita dei pianeti non può mai essere circolare, ma deve essere per forza ellittica.

I dati però evidenziano che alcune orbite hanno in realtà un'eccentricità veramente piccola così da poter essere approssimate molto bene con dei cerchi. Infatti, definendo l'eccentricità come rapporto tra la distanza dei fuochi e l'asse maggiore dell'ellisse, i valori minori sono: 0,007 per Venere, 0,009 per Nettuno e 0,0167 per la Terra; mentre l'eccentricità maggiore è quella di Plutone che vale 0,247. Ad esempio se volessimo disegnare l'orbita terrestre con l'asse maggiore di un metro, i due fuochi disterebbero appena 1,67 cm e l'asse minore misurerebbe 99,986 cm. Disegno che evidenzia la minima eccentricità e che risulta ben diverso dalle solite rappresentazioni.

Di conseguenza, per nostra fortuna, è molto piccola anche la variazione d'irraggiamento solare globale lungo tutto il percorso dell'orbita, mentre la differenza stagionale d'irraggiamento dei due emisferi è dovuta, come è noto, all'inclinazione dell'asse terrestre.

Esistono poi dei satelliti artificiali che ruotano intorno alla Terra su orbite circolari come il Meteosat e i satelliti del GPS che si muovono con moto circolare uniforme su orbite geostazionarie a circa 36.000 km di quota. Tutto questo indica che il moto può effettivamente avvenire su di un'orbita circolare, anche se sono necessarie particolari condizioni difficili da ottenere e da mantenere costanti nel tempo a causa delle perturbazioni gravitazionali transitorie di altri corpi celesti. E per dimostrarlo esaminiamo ora gli aspetti fisici e matematici del problema.

Definire il moto di un pianeta intorno al Sole viene detto problema di Keplero (da alcuni autori è detto più propriamente problema di Newton). Può essere ricondotto al moto di un punto materiale sotto l'azione di forze centrali inversamente proporzionali al quadrato della distanza dal centro delle forze, che, naturalmente, sono date dalla legge di Newton della gravitazione. Si ritiene che il baricentro del sistema coincida con il baricentro del Sole, che è scelto come centro di riferimento rispetto al quale vengono riferite tutte le posizioni e le velocità. E si trascura l'effetto gravitazionale degli altri pianeti, di cui se ne può eventualmente tenere conto in un secondo tempo con lievi correzioni alle orbite ottenute.

Le forze centrali agenti sul corpo in moto sono di tipo conservativo, mentre le forze passive di resistenza al moto (avvenendo questo nel vuoto) sono tutte nulle. Queste condizioni comportano la conservazione dell'energia, la conservazione del momento della quantità di moto e la costanza della velocità areolare (seconda legge di Keplero).

Risolvendo il sistema di equazioni si ottiene che la traiettoria del punto è una conica con il centro d'attrazione che si trova in un fuoco dell'orbita. La sua eccentricità vale:

$$E = \sqrt{1 + 2WL^2/m\alpha^2} \quad (1) \quad \text{in cui si ha: } \alpha = GMm$$

con:  $m$  massa del corpo in moto;  $G$  costante della gravitazione;  $M$  massa del Sole;  $L$  momento della quantità di moto rispetto al centro;  $W$  energia totale del corpo, che rimane costante per tutto il moto, data dalla somma della sua energia cinetica e dell'energia potenziale.

L'energia cinetica dipende dal quadrato della velocità ed è quindi sempre positiva. L'energia potenziale, invece, per questi problemi è assunta nulla per  $R$  che tende ad infinito, essendo  $R$  la distanza del punto dal centro d'attrazione. Di conseguenza, per tutti gli altri valori di  $R$  minori di infinito, l'energia potenziale risulta negativa, per cui l'energia totale  $W$  può essere maggiore, minore o uguale a zero.

Per  $W < 0$  (modulo dell'energia potenziale maggiore dell'energia cinetica) si ha l'eccentricità  $E$  minore di 1 e l'orbita è un'ellisse.

L'orbita circolare, naturalmente, si può ottenere come caso particolare dell'ellisse quando si annulla il radicando della (1) e risulta l'eccentricità  $E = 0$ .

Durante il moto circolare uniforme abbiamo continuamente l'uguaglianza tra la forza centripeta e la forza di attrazione del Sole:

$$mv^2/R = GMm/R^2 \quad (2)$$

Dalla (2) si ricava che la velocità, oltre a essere diretta perpendicolarmente al raggio vettore R, deve assumere il valore:

$$v^0 = \sqrt{GM/R} \quad (3)$$

$v^0$  è quindi il valore particolare della velocità che corrisponde appunto al moto circolare uniforme.

Risulta che la velocità e il raggio dell'orbita sono mutuamente legati, mentre la velocità non dipende dalla massa del pianeta.

Con riferimento alla fig (2), considerando la velocità del corpo celeste nel punto A, possiamo riassumere come segue:

Se la velocità è  $v = v^0$ , il suo moto sarà circolare e uniforme.

Se la velocità è  $v_2$  minore di  $v^0$  il pianeta descriverà una orbita ellittica dove il Sole occuperà il fuoco più distante (orbita AA2).

Se, al contrario, la velocità è  $v_1$  maggiore della velocità "circolare"  $v^0$ , l'orbita sarà anche questa volta un'ellisse, ma il Sole occuperà il fuoco più vicino, (orbita AA1).

Al crescere della velocità nel punto A crescono le dimensioni e l'eccentricità dell'ellisse. Il moto sarà ellittico fino a quando l'energia totale W è minore di zero e la velocità è inferiore a :

$$v_p = \sqrt{2GM/R} \quad (4)$$

Per  $v = v_p$  si ha  $W = 0$  e la traiettoria sarà una parabola.

Mentre se la velocità nel punto A è maggiore di  $v_p$ , si ha  $W > 0$ : il corpo celeste descriverà una iperbole e non ritornerà mai più nello stesso punto.

Questi ultimi due casi forse si verificano per le comete dette "non periodiche" perché di esse è stata osservata una sola apparizione, che giungono dalla profondità del cielo, fanno un bordo intorno al Sole e poi proseguono scomparendo nuovamente nello spazio infinito (alcuni astronomi sostengono che arrivano fino alla periferia estrema del sistema solare senza allontanarsi definitivamente). Durante il loro viaggio, specialmente quando sono lontane dal Sole, può essere influente per la loro traiettoria l'effetto gravitazionale di un pianeta esterno.

Se ora ritorniamo alla nascita dei pianeti avvenuta per aggregazione gravitazionale con violenti e casuali impatti di materiale cosmico, è evidente che riuscire ad avere proprio le condizioni particolari per il moto circolare uniforme, con la velocità esattamente uguale a  $v^0$ , è molto difficile. E anche se questo si verificasse, le successive azioni gravitazionali degli altri corpi celesti di passaggio farebbero variare leggermente il moto e l'orbita assumerebbe nuovamente una piccola eccentricità.

Per Venere e Nettuno, e con precisione leggermente minore per la Terra, l'orbita si può approssimare molto bene con un cerchio; mentre per gli altri pianeti gli ultimi grossi impatti, che hanno completato le loro masse, hanno fatto assumere alla velocità v un valore abbastanza diverso da  $v^0$ , causando così le eccentricità più accentuate delle loro orbite.

Per i satelliti artificiali che ruotano intorno alla Terra, invece, si possono ottenere le orbite circolari comandando opportunamente la spinta dei razzi fino a raggiungere proprio la velocità  $v^0$ . Naturalmente in questo caso è preso come riferimento il baricentro della Terra e nelle formule (2) e (3) M è la massa della Terra.

E' anche bene pensare che tutto il sistema solare trasla verso la stella Vega, per cui, rispetto alle così dette "stelle fisse", ciascun pianeta in realtà descrive una curva elicoidale di cui solamente la sua proiezione sul piano dell'eclittica è l'ellisse prima considerata. Inoltre il sistema solare si muove seguendo la rotazione della Via Lattea alla velocità di circa 250 Km al secondo.

Ma per noi osservatori terrestri, in viaggio insieme al sistema solare, questi ultimi due moti non producono effetti apparenti, quindi non vengono valutati.

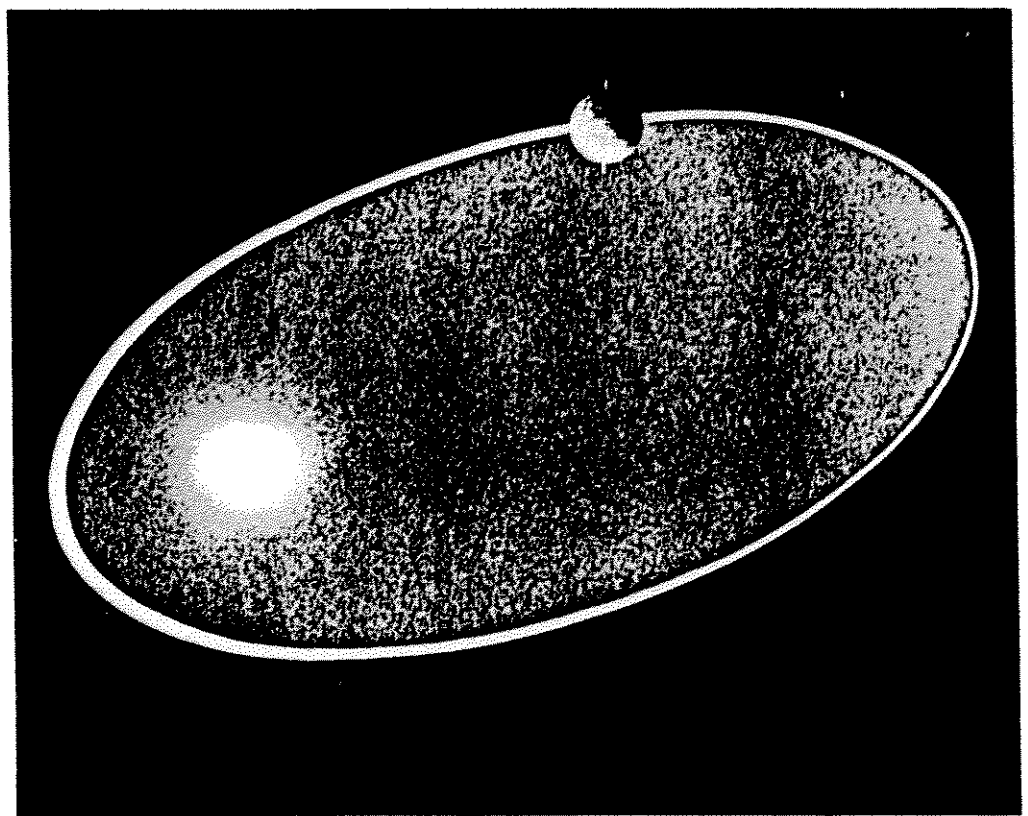
Giovanni Ruffino

I.T. NAUTICO S. GIORGIO

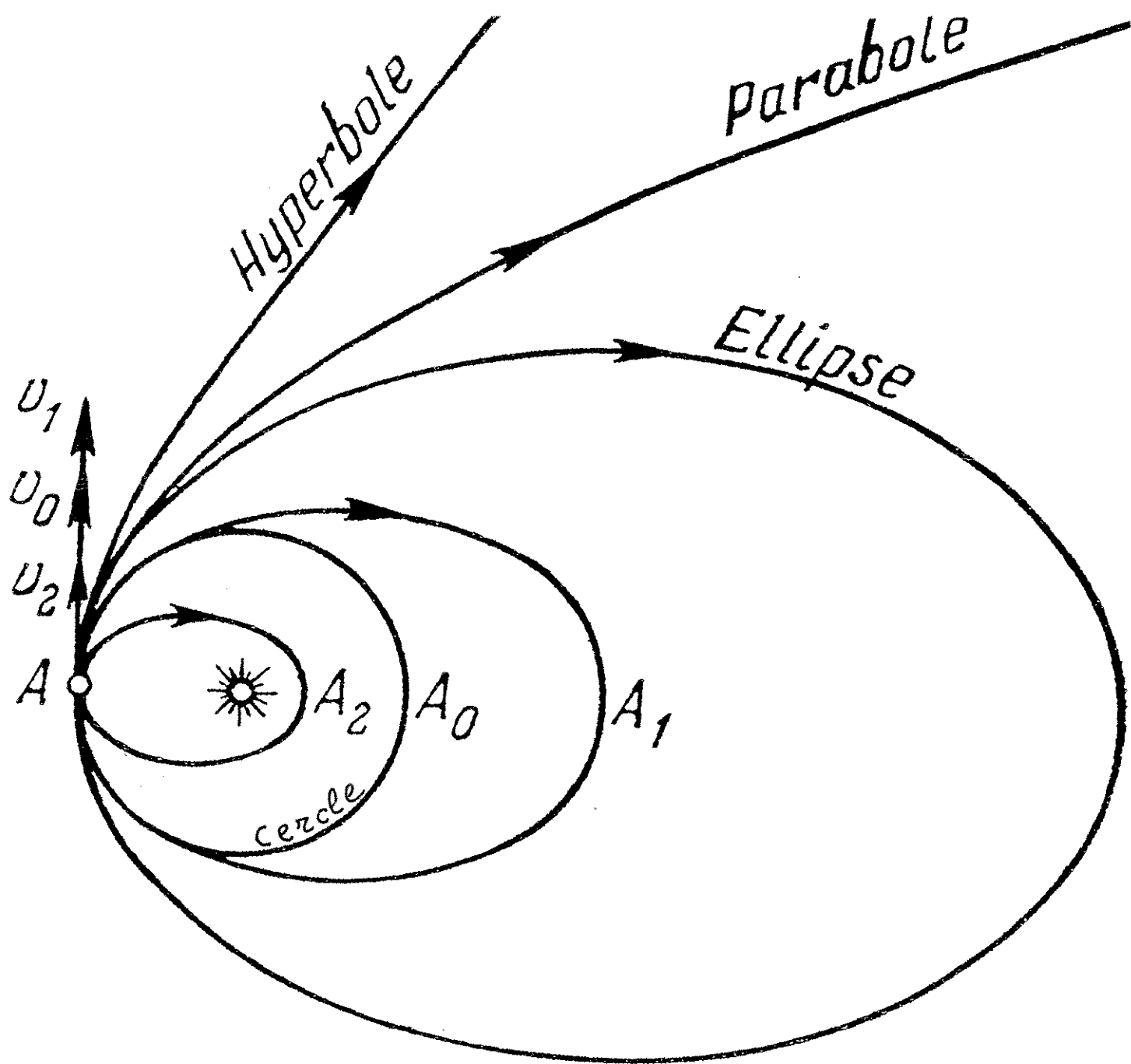
Riferimenti:

Javorskij – Detlaf	MANUALE DI FISICA	Ed. MIR Mosca
Strelkov	MECANIQUE	Ed. MIR Mosca
Cavedon	ASTRONOMIA	Ed. Mondadori
Flora	ASTRONOMIA NAUTICA	Ed. HOEPLI

Fig. 1



Prima legge di Keplero: l'orbita descritta da un pianeta è un'ellisse e il Sole si trova in uno dei due fuochi.



**Fig. 2**